

Laboratoire POEMS

Propagation d'Ondes : Etude Mathématique et Simulation
CNRS-INRIA-ENSTA-Paristech, Palaiseau, France

ANR METAMATH : Modélisation mathématique et numérique pour la propagation des ondes en présence de métamatériaux

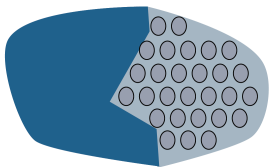
Un projet de recherche fondamentale avec :

- 4 laboratoires académiques
 - l'UMR CNRS-ENSTA-INRIA POEMS (porteur : Sonia Fliss)
 - l'équipe CMAP(X)/INRIA Defi
 - le laboratoire IMATH de l'Université de Toulon
 - le laboratoire Jacques-Louis Lions de Paris VI
- composés de **mathématiciens appliqués** et **numériciens**

L'une des problématiques

Etude d'une **interface** milieu homogène/milieu périodique

Approche usuelle: modéliser le métamatériau par un **milieu homogène équivalent** présentant les mêmes propriétés macroscopiques



- Modèle exact
- Coûteux numériquement



- Modèle homogénéisé simple
- **Phénomènes étranges** pour des valeurs critiques des contrastes

Ces phénomènes sont-ils physiques ? Créés par le modèle simplifié ?

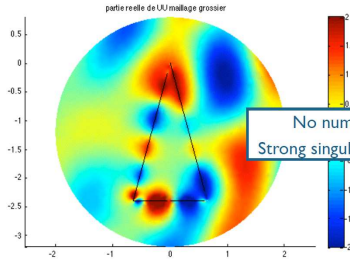
Deux angles d'attaque, théoriques et numériques :

- Etudier le **domaine de validité** du modèle simplifié
- **Enrichir** le modèle homogénéisé pour étendre son domaine de validité

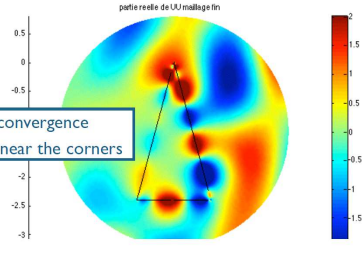
Validité des modèles homogénéisés en présence de coins

$\varepsilon_{int}/\varepsilon_{ext}$ dans intervalle critique de contrastes \Rightarrow singularités au coin

Naive numerical method on a coarse mesh

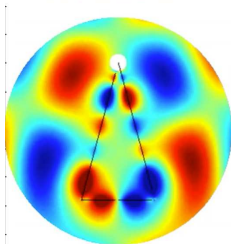


and on a fine mesh



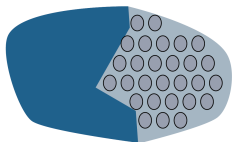
No numerical convergence
Strong singularities near the corners

Reference solution



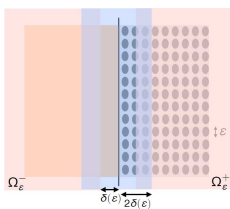
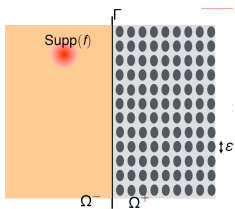
Utilisation de manière originale de PML au voisinage du coin

Vers un modèle homogénéisé enrichi



Utilisation de la méthode des **développements asymptotiques raccordés** pour construire un modèle :

- qui reste simple loin de l'interface,
- qui contient plus d'informations au niveau de l'interface (via des **conditions de transmission** d'ordre élevé)



$$\|u_\varepsilon - (u_0 + \varepsilon u_1)\|_{L^2} = O(\varepsilon)$$

$$\|u_\varepsilon - (u_0 + \varepsilon u_1)\|_{L^2} = O(\varepsilon^2)$$