

Réponses vibratoires non linéaires d'un assemblage industriel à une excitation aléatoire, multipoints et corrélée : essais, modélisations et simulations

Sébastien Talik

CEA/CESTA (France)

sebastien.talik@cea.fr

Maxence Claeys

CEA/CESTA (France)

maxence.claeys@cea.fr

Jean-Pierre Lambelin

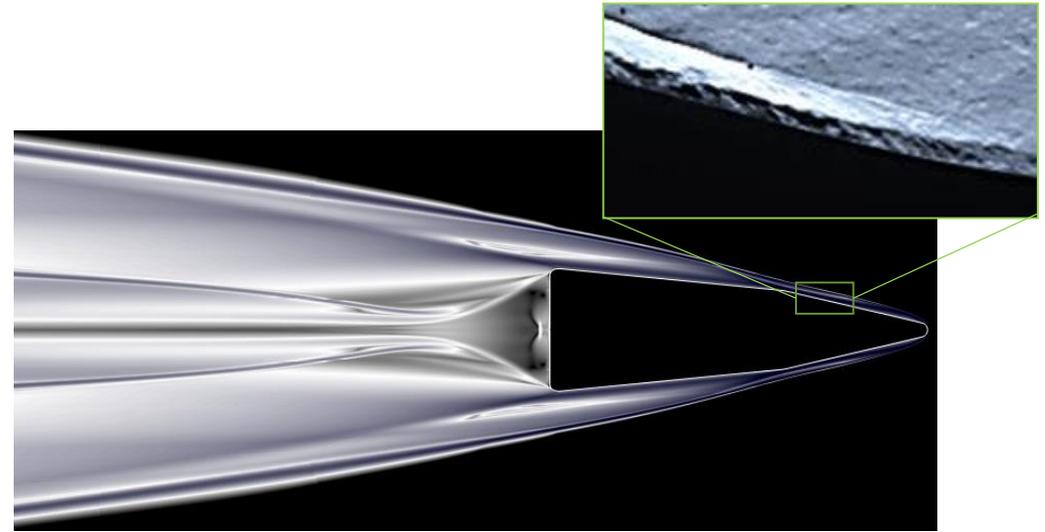
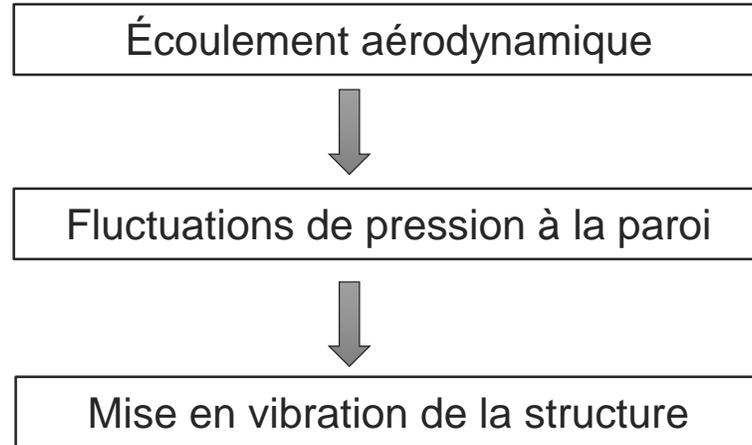
CEA/CESTA (France)

Jean-Jacques Sinou

École Centrale de Lyon (France)

Introduction

- Lors d'un vol dans l'atmosphère :



Fluctuations de pression à la paroi d'une structure aéronautique : l'environnement acoustique est une excitation aléatoire multipoints corrélée.

- Excitations acoustiques :
 - surfaciques,
 - aléatoires,
 - corrélées spatialement.
- Prise en compte du comportement non-linéaire des systèmes aéronautiques.
- Nécessité de maîtriser la physique pour déterminer l'environnement vibratoire supporté.

Table des matières

- 1. Structure HB2 et campagnes expérimentales**
- 2. Modèle éléments finis et méthode de réduction**
- 3. Modélisation d'une excitation vibro-acoustique réduite**
- 4. Méthode de l'équilibrage harmonique adaptée aux excitations aléatoires**
- 5. Comparaison essais-calculs**



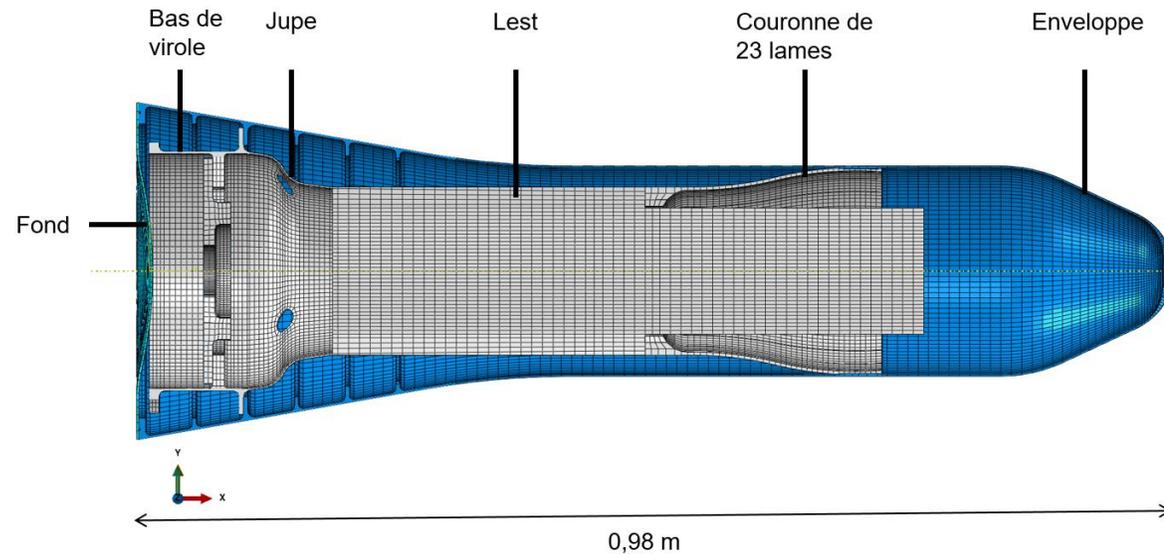
1 ■ Structure HB2 et campagnes expérimentales

Présentation de la maquette

Présentation des essais et analyse des résultats expérimentaux

Stratégie de prédiction par la simulation

Maquette « Hypervelocity Balistic 2 » (HB2)

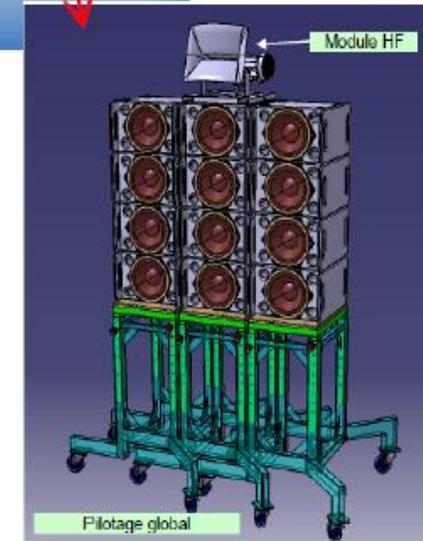
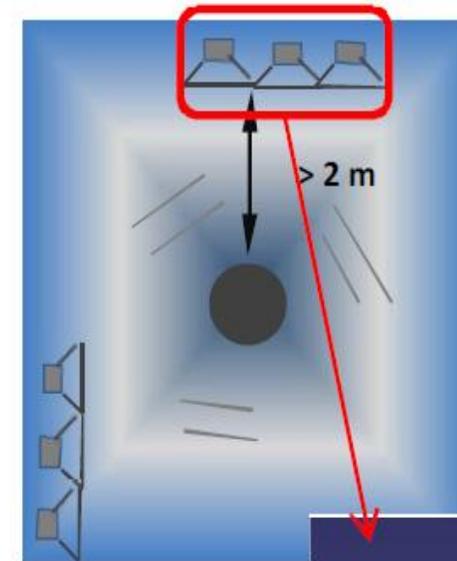


- Maquette « *Hypervelocity Balistic 2* » conçue sur la base de publications scientifiques [1].
- Maquette réalisée dans son ensemble en alliage d'aluminium.
- Deux parties principales : enveloppe externe triconique et colis interne.

[1] J.D. Gray « Summary report on aerodynamic characteristics of standard models HB-1 and HB-2 » Technical report, AEDC, 1964.

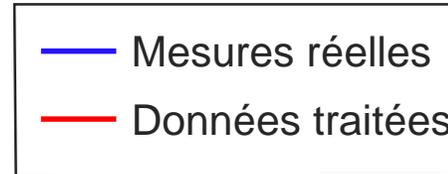
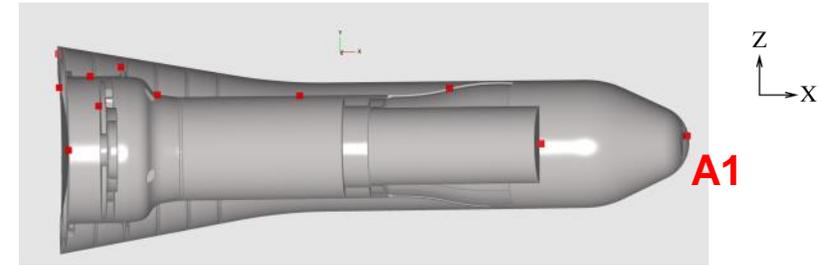
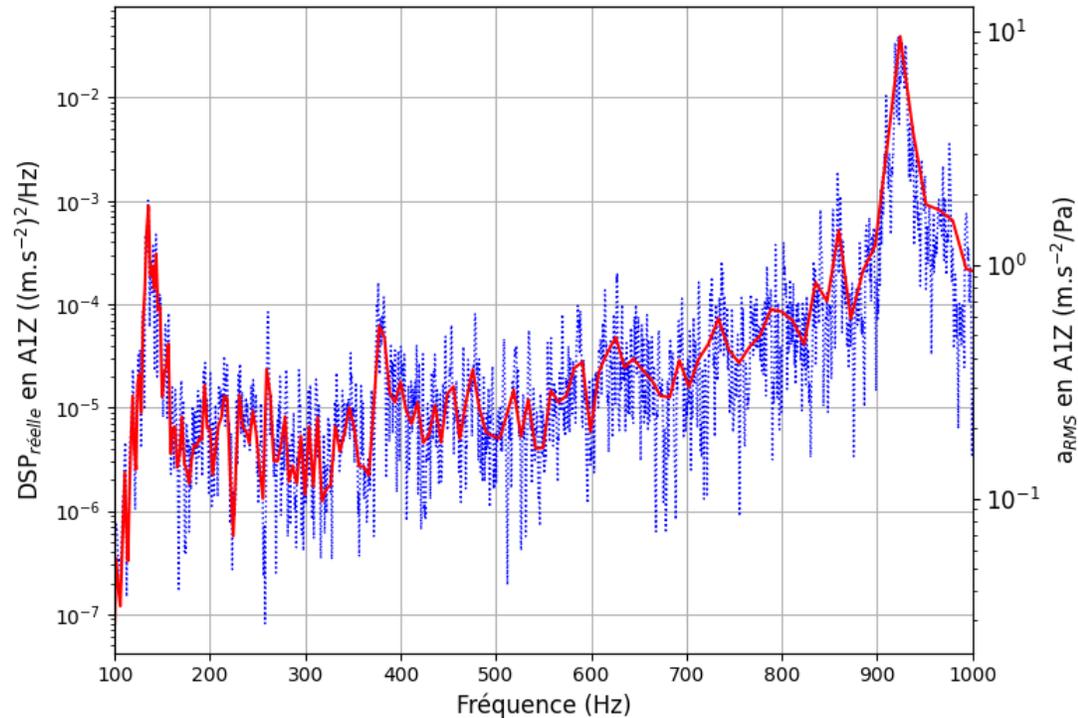
Excitation aléatoire multipoints expérimentale

Microphone placé aléatoirement autour de la maquette



- Utilisation d'une chambre acoustique au CEA/CESTA afin de solliciter la maquette avec une excitation aléatoire multipoints.
- Entrée expérimentale : moyenne des niveaux acoustiques relevés par les six microphones positionnés aléatoirement dans la chambre acoustique afin d'assurer un champ diffus.

Traitement des mesures réelles

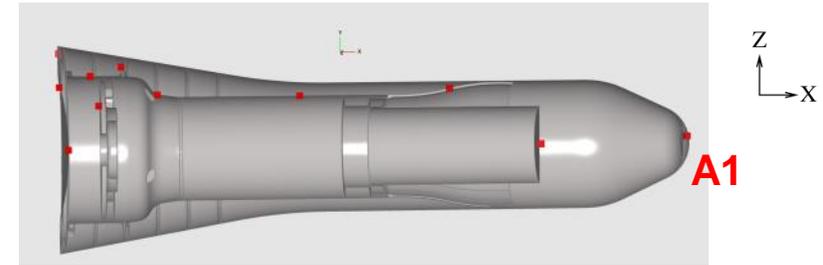
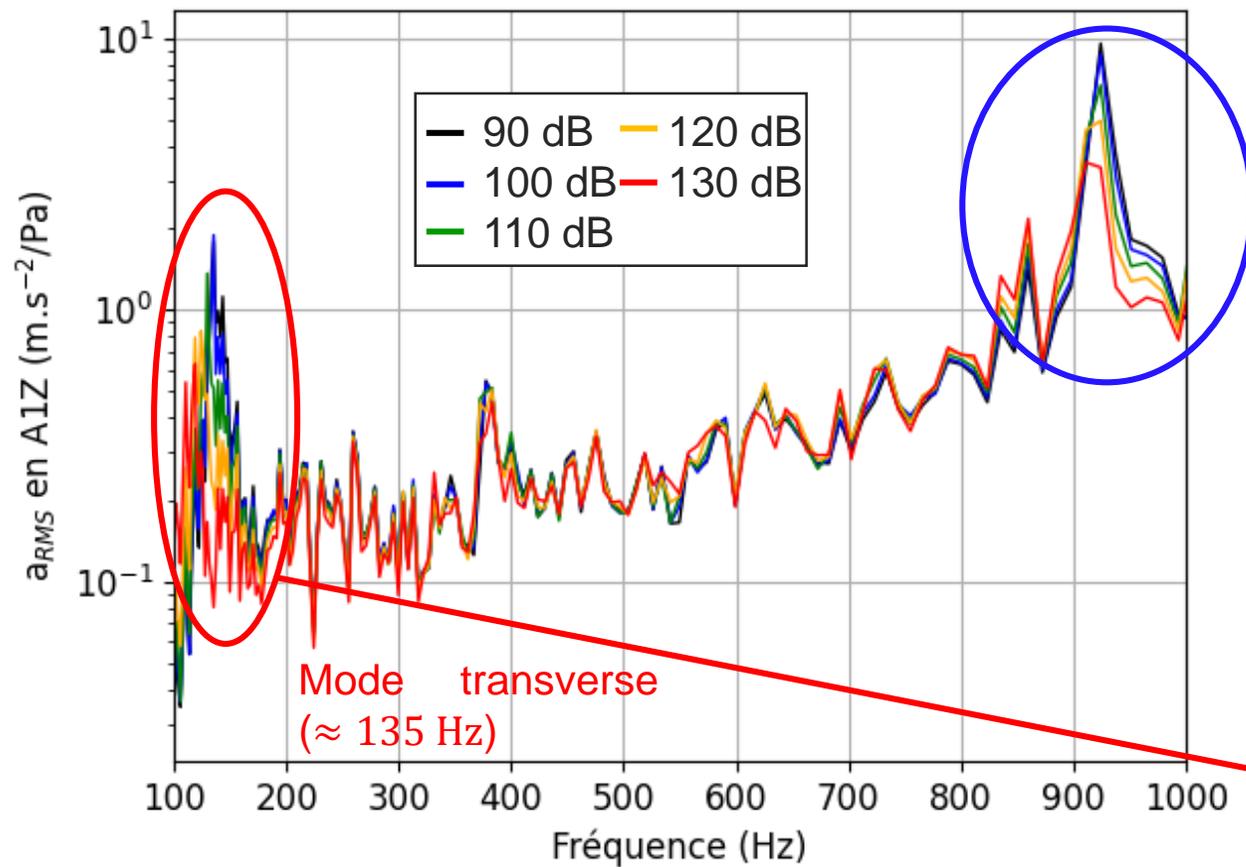


$$a_{RMS}(f_c) = \frac{\int_{f_c 2^{-\frac{1}{2N}}}^{f_c 2^{\frac{1}{2N}}} DSP_{réelle}(f) df}{\sqrt{\int_{f_c 2^{-\frac{1}{2N}}}^{f_c 2^{\frac{1}{2N}}} DSP_{acoustique}(f) df}} \quad (1)$$

$$N = 48$$

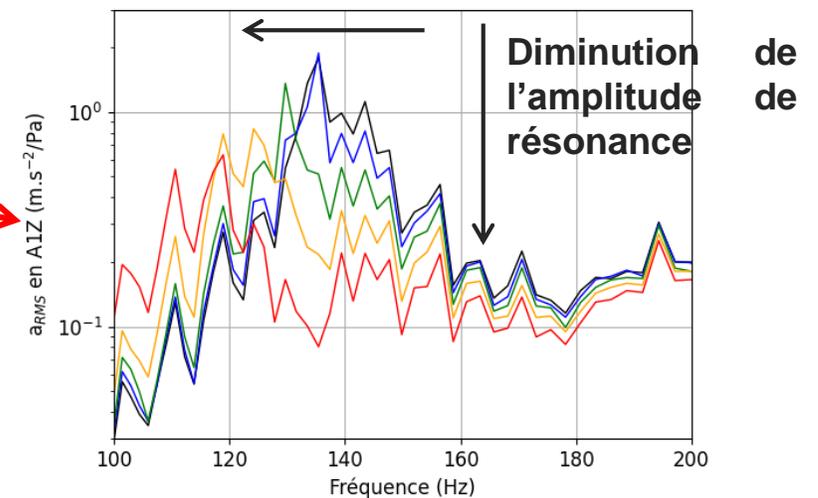
- Moyen acoustique : les mesures réelles sont à traiter.
- Choix du traitement par bandes d'octave.
- But : observation de phénomènes vibratoires non-linéaires.

Résultats expérimentaux sous excitation acoustique



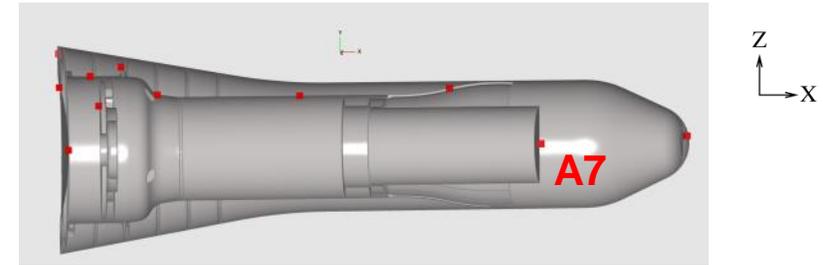
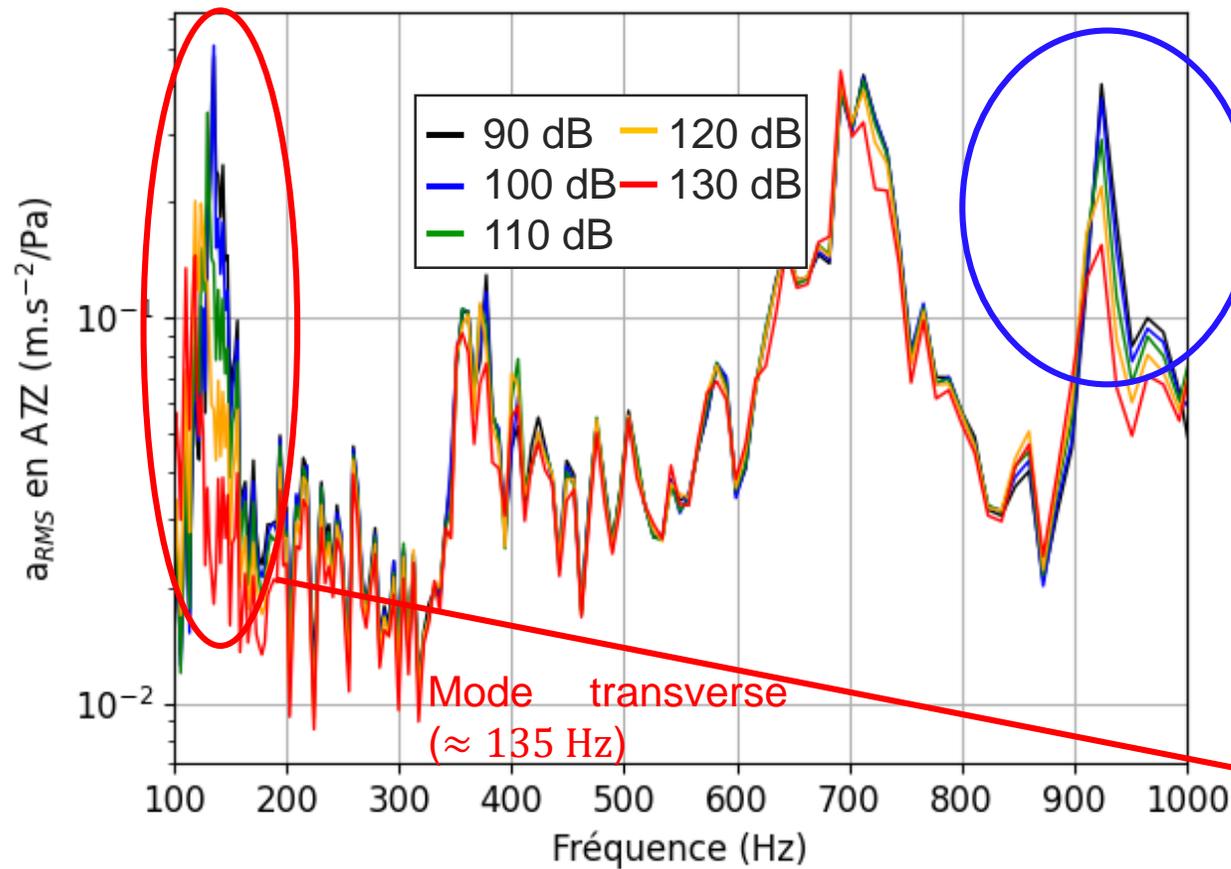
Mode transverse
(≈ 925 Hz)

Diminution de
la fréquence de
résonance



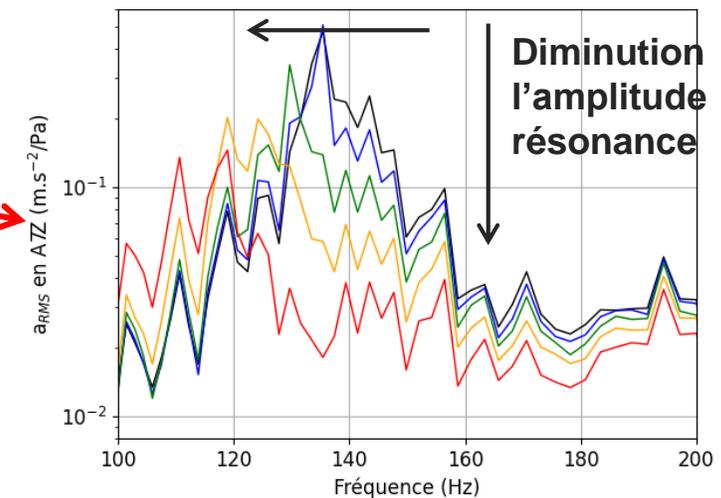
- Observation nette d'un phénomène non-linéaire en fonction du niveau acoustique.

Résultats expérimentaux sous excitation acoustique



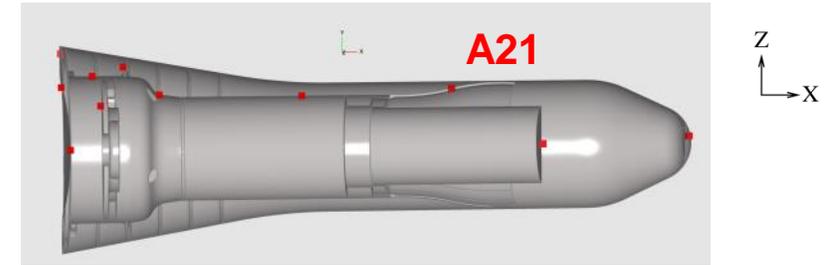
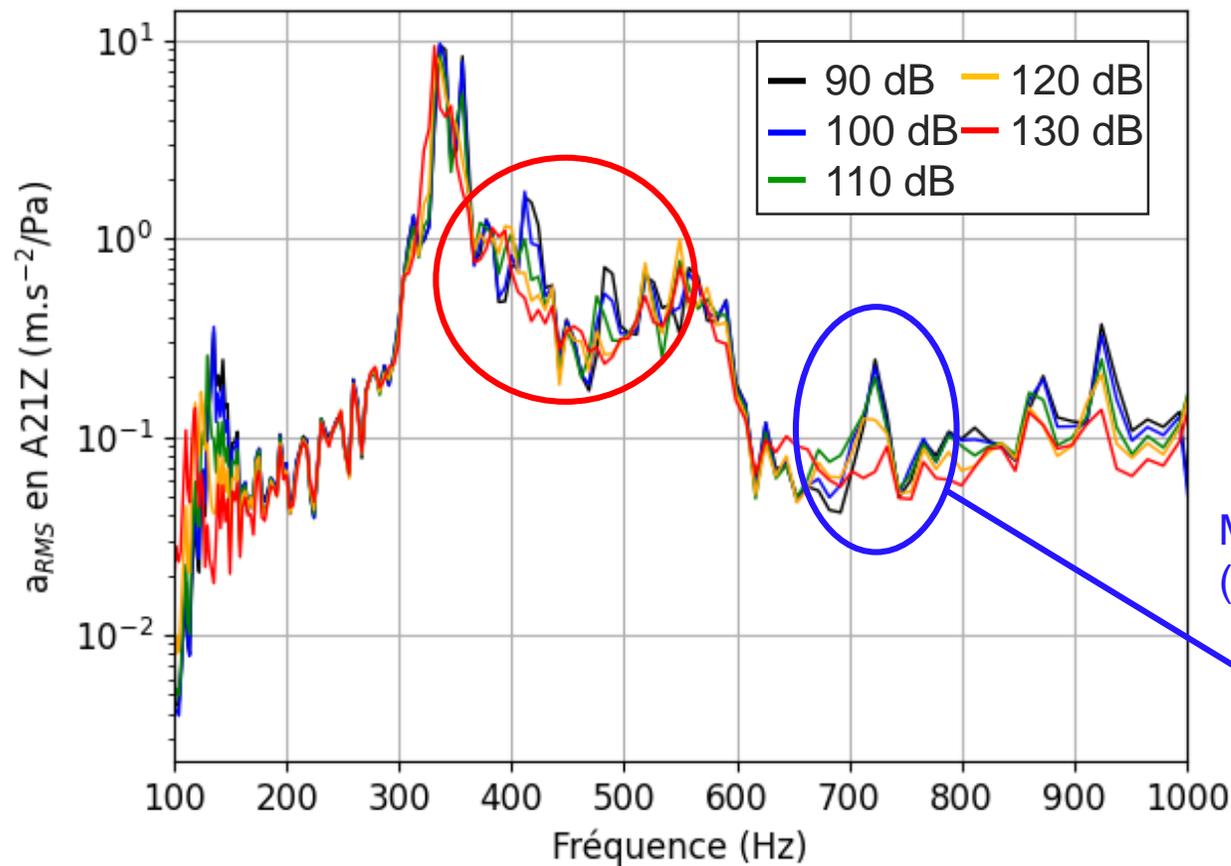
Mode transverse
(≈ 925 Hz)

Diminution de
la fréquence de
résonance



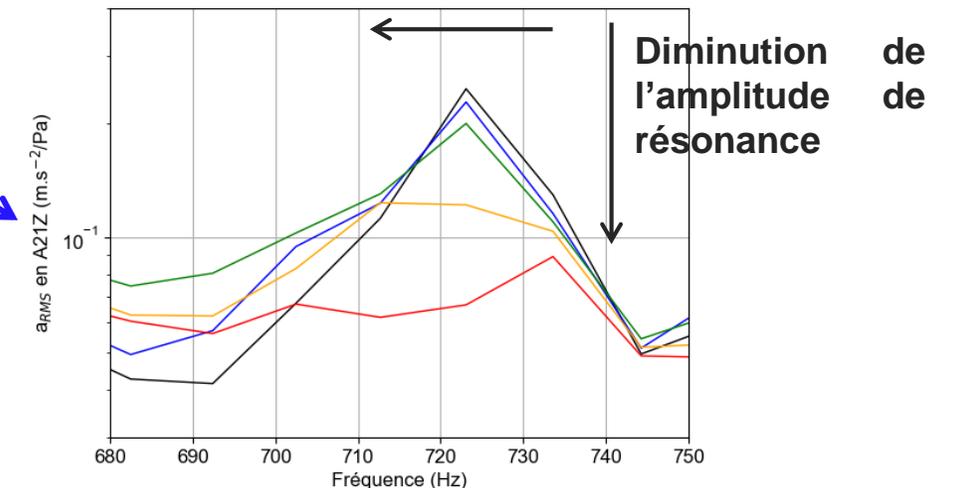
- Phénomène non-linéaire observé sur tous les accéléromètres.

Résultats expérimentaux sous excitation acoustique



Mode d'enveloppe
(≈ 735 Hz)

Diminution de
la fréquence de
résonance



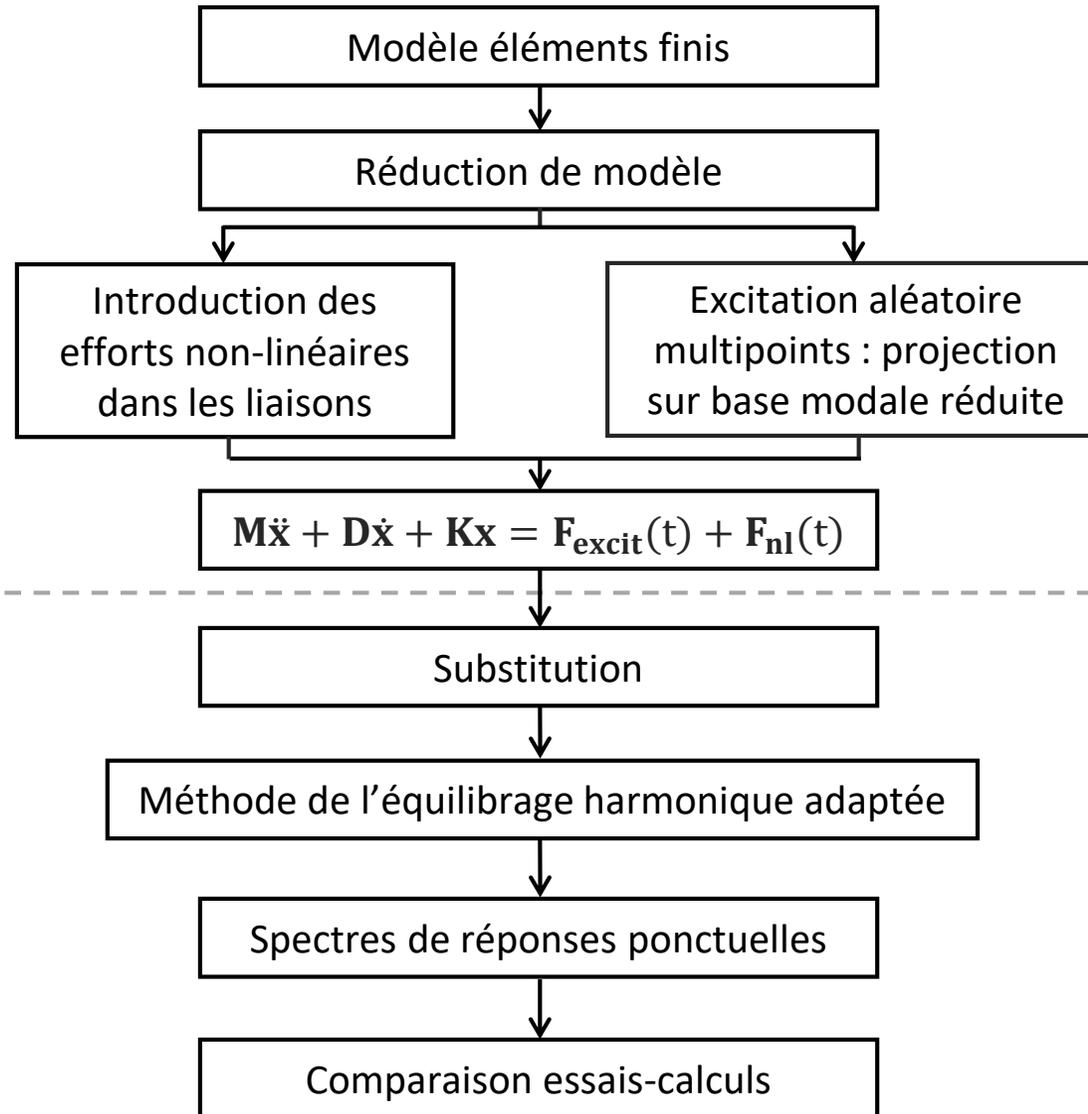
- Phénomène non-linéaire observé à des fréquences de différents modes de vibration de la maquette.

Stratégie de prédiction pour la maquette HB2



MODÉLISATION

SIMULATION





2 ■ Modélisation

MEF et réduction du modèle

Modélisation de l'effort non-linéaire dans la base réduite

Modélisation de l'excitation vibro-acoustique dans la base réduite

Stratégie de prédiction pour la maquette HB2



MODÉLISATION

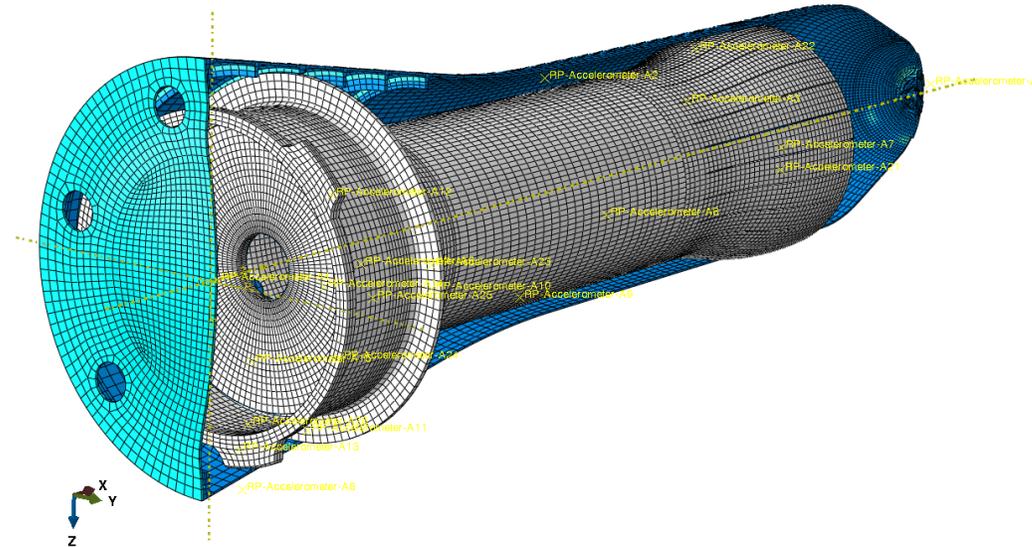
Modèle éléments finis



Réduction de modèle

SIMULATION

MEF et réduction du modèle



- Accéléromètre positionné au nœud le plus proche de sa position physique réelle donnée dans le plan d'instrumentation.
- Nombre de nœuds du modèle complet : 171 960 nœuds.
- Nombre de nœuds sur la surface mouillée : 23 679 nœuds.
- Réduction de modèle par sous-structuration (136 ddls) (algorithme présent sous Abaqus) :
 - degrés de liberté de liaison (23 ddls),
 - degrés de liberté des accéléromètres (19x3 ddls),
 - modes propres de la structure complète (56 modes de vibration entre [0-1000] Hz).

Stratégie de prédiction pour la maquette HB2



MODÉLISATION

Modèle éléments finis

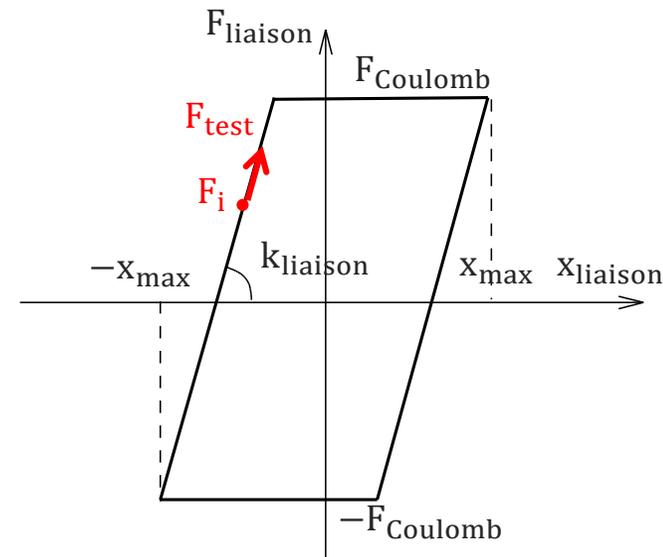
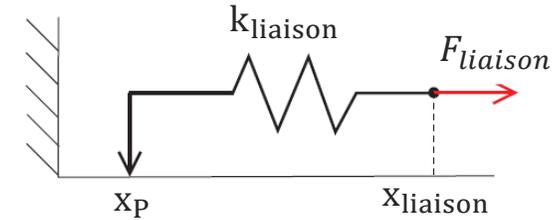
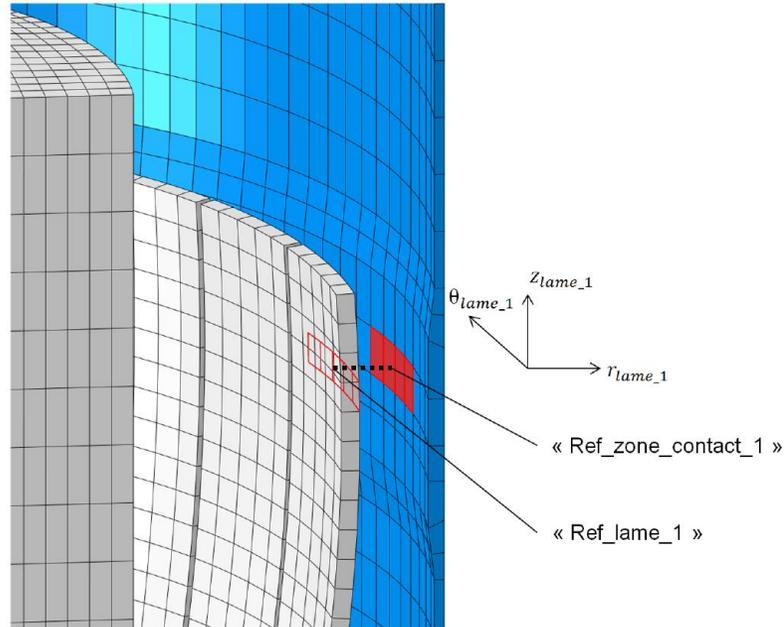
Réduction de modèle

Introduction des efforts non-linéaires dans les liaisons

SIMULATION

Modélisation de la liaison frottante

- Modélisation de l'effort non-linéaire dans chaque repère local de chaque lame :



$$x_{liaison} = \langle \mathbf{V}_{liaison} | \mathbf{x} \rangle \quad F_{test} = F_i + k_{liaison}(x_{i+1} - x_i) \quad (1)$$

$$F_{i+1} = \begin{cases} F_{test} & \text{si } |F_{test}| < F_{Coulomb} & \text{accroche} \\ \pm F_{Coulomb} & \text{si } |F_{test}| \geq F_{Coulomb} & \text{glissement} \end{cases} \quad (2)$$

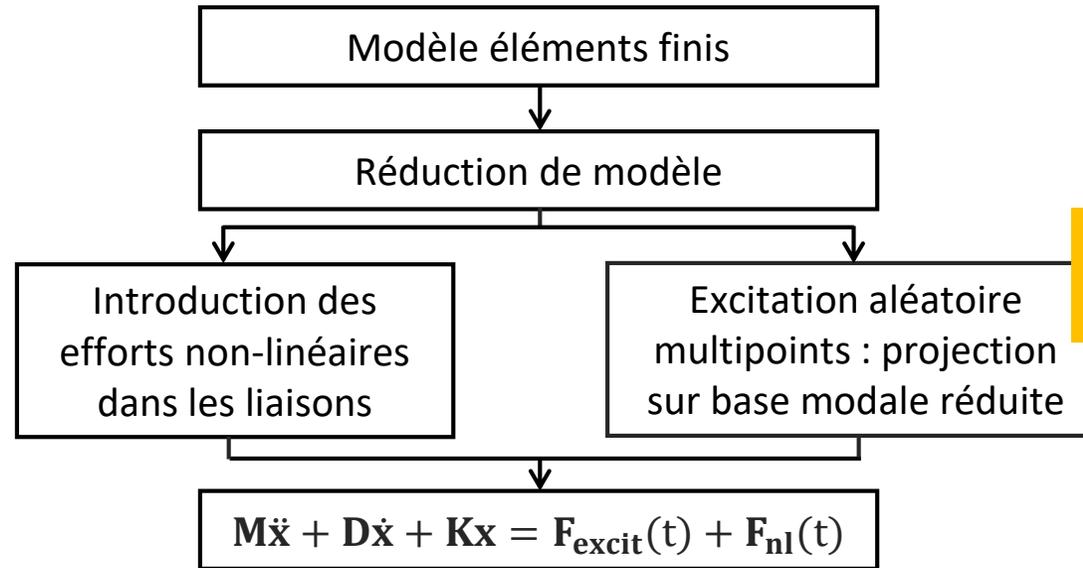
- Expression de l'effort non-linéaire :

$$\mathbf{F}_{nl}(t) = \sum_{liaison} (k_{liaison} x_{liaison} - F_{liaison}) \mathbf{V}_{liaison} \quad (3)$$

Stratégie de prédiction pour la maquette HB2



MODÉLISATION



Annexe de cette présentation

SIMULATION



3 ■ Simulation

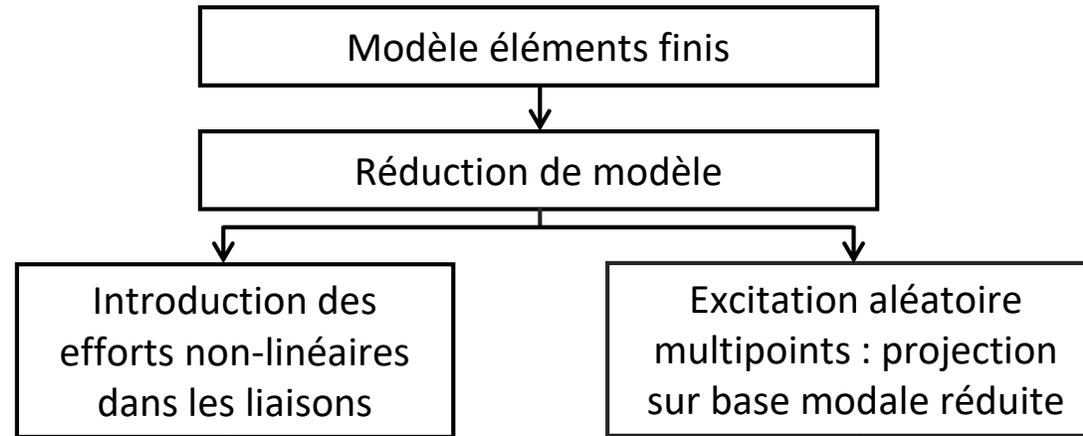
Méthode de l'équilibrage harmonique adaptée aux excitations aléatoires

Comparaison essais-calculs

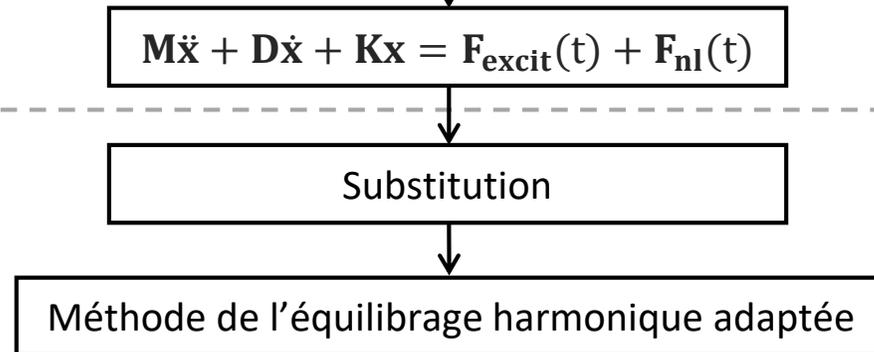
Stratégie de prédiction pour la maquette HB2



MODÉLISATION



SIMULATION



Méthode de simulation

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}_{\text{excit}}(t) + \mathbf{F}_{\text{nl}}(t)$$

- Méthode de l'équilibrage harmonique adaptée aux excitations aléatoires

$$\Delta\Omega = 2\pi \times \text{résolution fréquentielle}$$

Déplacement
$$\mathbf{x}_q(t) = \mathbf{B}_0 + \sum_{n=1}^p \mathbf{A}_n \sin(n\Delta\Omega t) + \mathbf{B}_n \cos(n\Delta\Omega t) \quad (1)$$

Excitation
$$\mathbf{F}_{\text{excit}}(t) = \sum_{n=1}^p \mathbf{S}_{n,\text{excit}} \sin(n\Delta\Omega t) + \mathbf{C}_{n,\text{excit}} \cos(n\Delta\Omega t) \quad (2)$$

En projection sur le mode i de la structure :

$$S_{i,n,\text{excit}} = \sum_{k=1}^{N_m} (Y_k \cdot Y_i) * (-\Im(\xi_{kn}))$$

\Im : partie imaginaire
 \Re : partie réelle

$$C_{i,n,\text{excit}} = \sum_{k=1}^{N_m} (Y_k \cdot Y_i) * (\Re(\xi_{kn}))$$

Niveau de la
 DSP du bruit

Corrélation entre les efforts
 projetés sur la base modale

$$\xi_{kn} = \sqrt{S(n\Delta\Omega)} \sum_{m=1}^k H_{nm}^{\text{proj}}(n\Delta\Omega) \exp(j\Phi_{mn})$$

Méthode de simulation

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}_{\text{excit}}(t) + \mathbf{F}_{\text{nl}}(t)$$

- Méthode de l'équilibrage harmonique adaptée aux excitations aléatoires

$\Delta\Omega = 2\pi \times$ résolution fréquentielle

Déplacement $\mathbf{x}_q(t) = \mathbf{B}_0 + \sum_{n=1}^p \mathbf{A}_n \sin(n\Delta\Omega t) + \mathbf{B}_n \cos(n\Delta\Omega t)$ (1)

Excitation $\mathbf{F}_{\text{excit}}(t) = \sum_{n=1}^p \mathbf{S}_{n,\text{excit}} \sin(n\Delta\Omega t) + \mathbf{C}_{n,\text{excit}} \cos(n\Delta\Omega t)$ (2)

Terme non-linéaire $\mathbf{F}_{\text{nl}}(\mathbf{x}_q(t)) = \mathbf{C}_0 + \sum_{n=1}^p \mathbf{S}_n \sin(n\Delta\Omega t) + \mathbf{C}_n \cos(n\Delta\Omega t)$ (3)

Emploi de la démarche AFT (« *Alternating-Frequency Time* ») :

$$\mathbf{X}_q = [\mathbf{B}_0, \mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_p, \mathbf{C}_p] \xrightarrow{\text{FFT}^{-1}} \mathbf{x}_q(t) \rightarrow \mathbf{F}_{\text{nl}}(\mathbf{x}_q(t)) \xrightarrow{\text{FFT}} [\mathbf{C}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{S}_p, \mathbf{C}_p]$$

Modèle de Coulomb

Méthode de simulation

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}_{\text{excit}}(t) + \mathbf{F}_{\text{nl}}(t)$$

- Méthode de l'équilibrage harmonique adaptée aux excitations aléatoires

$$\Delta\Omega = 2\pi \times \text{résolution fréquentielle}$$

Déplacement $\mathbf{x}_q(t) = \mathbf{B}_0 + \sum_{n=1}^p \mathbf{A}_n \sin(n\Delta\Omega t) + \mathbf{B}_n \cos(n\Delta\Omega t)$ (1)

Excitation $\mathbf{F}_{\text{excit}}(t) = \sum_{n=1}^p \mathbf{S}_{n,\text{excit}} \sin(n\Delta\Omega t) + \mathbf{C}_{n,\text{excit}} \cos(n\Delta\Omega t)$ (2)

Terme non-linéaire $\mathbf{F}_{\text{nl}}(\mathbf{x}_q(t)) = \mathbf{C}_0 + \sum_{n=1}^p \mathbf{S}_n \sin(n\Delta\Omega t) + \mathbf{C}_n \cos(n\Delta\Omega t)$ (3)

Équation de la dynamique

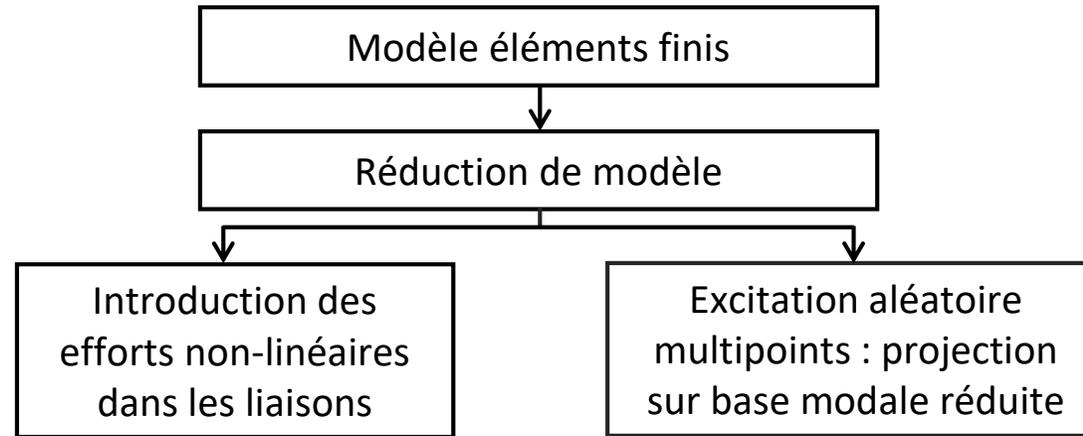
$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{K} - \Delta\Omega^2\mathbf{M} & -\Delta\Omega\mathbf{D} \\ \Delta\Omega\mathbf{D} & \mathbf{K} - \Delta\Omega^2\mathbf{M} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \mathbf{K} - (p\Delta\Omega)^2\mathbf{M} & -p\Delta\Omega\mathbf{D} \\ p\Delta\Omega\mathbf{D} & \mathbf{K} - (p\Delta\Omega)^2\mathbf{M} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_p \\ \mathbf{B}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{S}_{1,\text{excit}} \\ \mathbf{C}_{1,\text{excit}} \\ \vdots \\ \mathbf{S}_{p,\text{excit}} \\ \mathbf{C}_{p,\text{excit}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_0 \\ \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{C}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{S}_p \\ \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \quad (4)$$

- Étude simultanée de tout le domaine fréquentiel : pas de méthode de continuation.
- Minimisation de l'équation (4) par un schéma itératif de Newton.

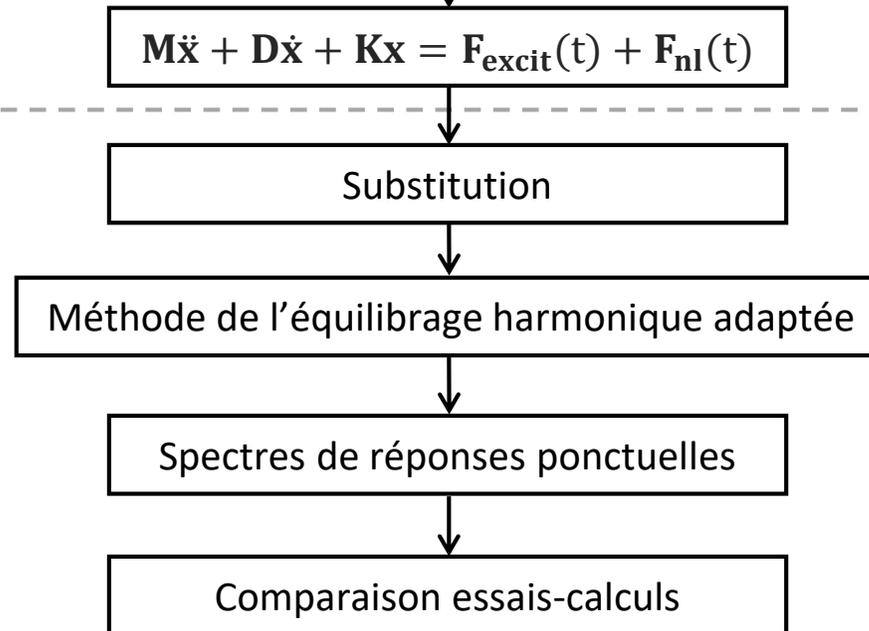
Stratégie de prédiction pour la maquette HB2



MODÉLISATION

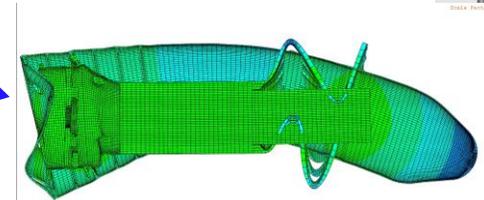
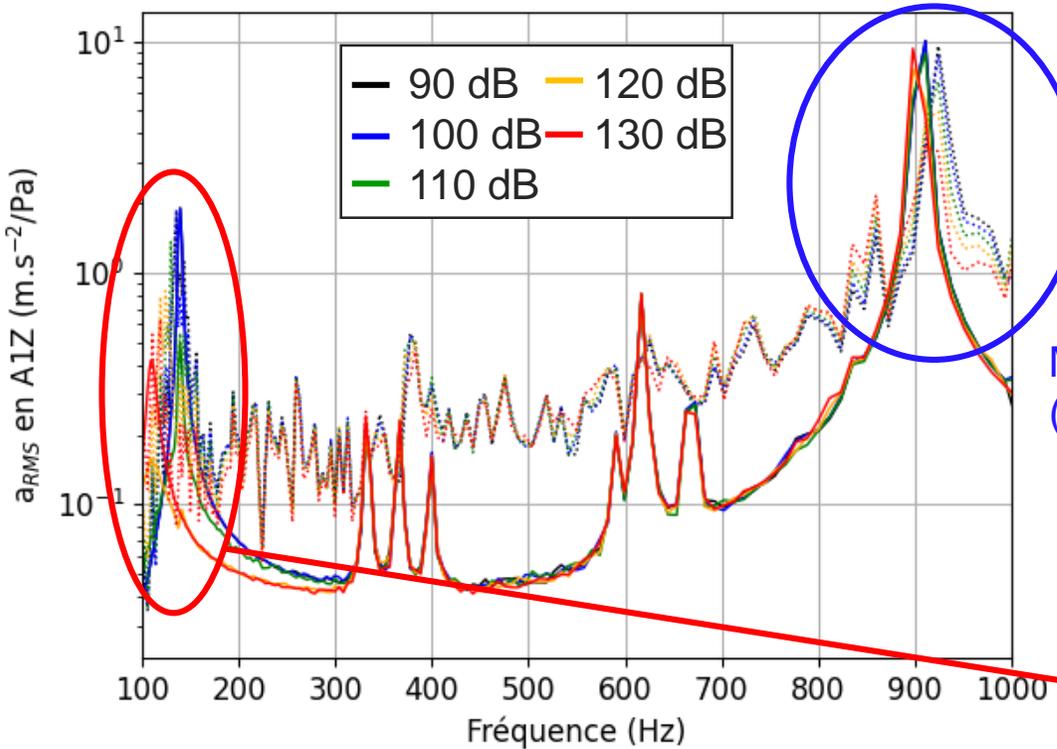
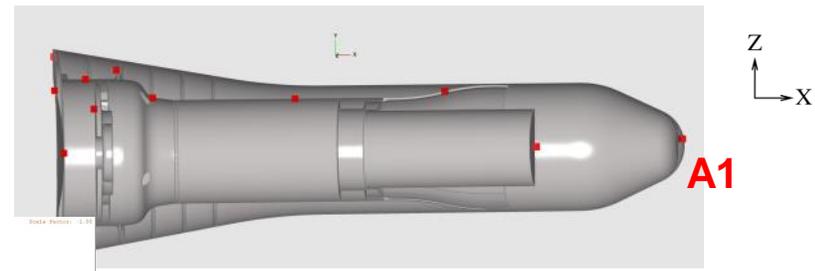


SIMULATION



Comparaison essais-calculs

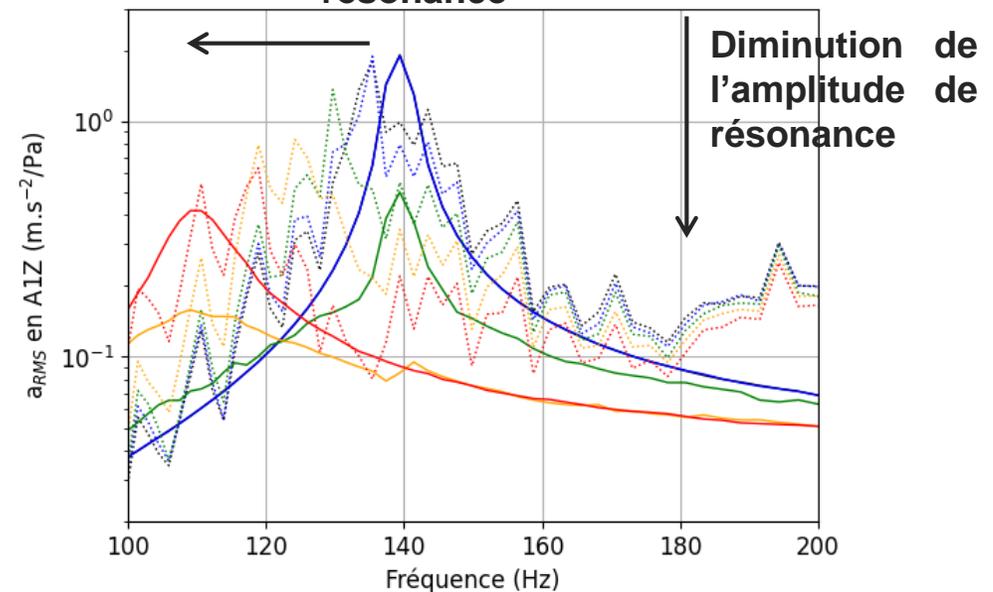
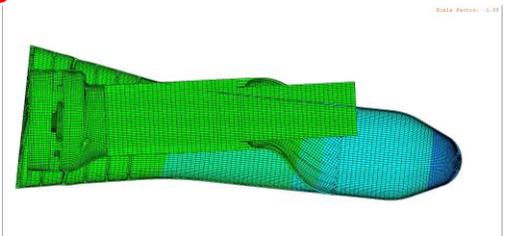
Comparaison essais ⋯ simulations — au niveau du nez



Mode transverse
(≈ 925 Hz)

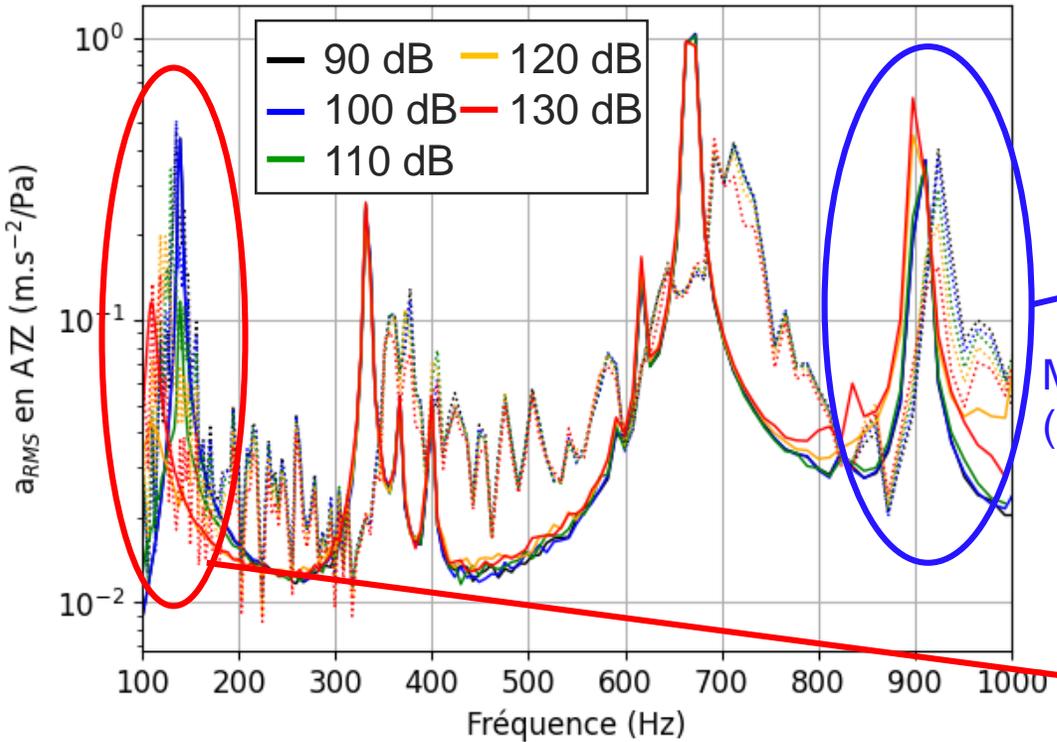
Diminution de la
fréquence de
résonance

Mode transverse
(≈ 135 Hz)

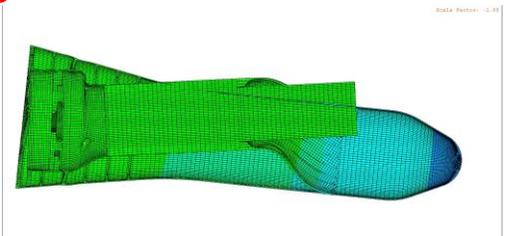


Comparaison essais-calculs

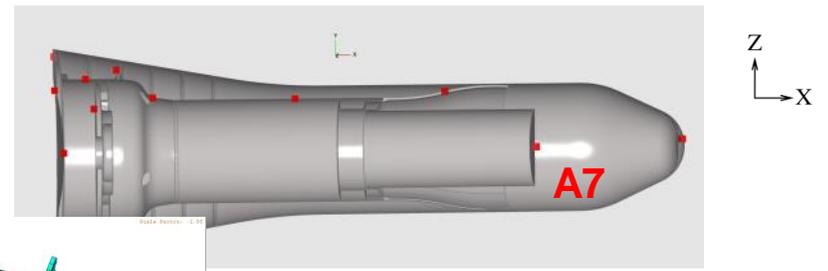
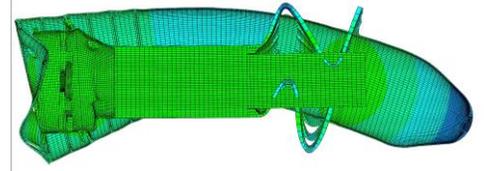
Comparaison essais ⋯ simulations — au sommet du colis central



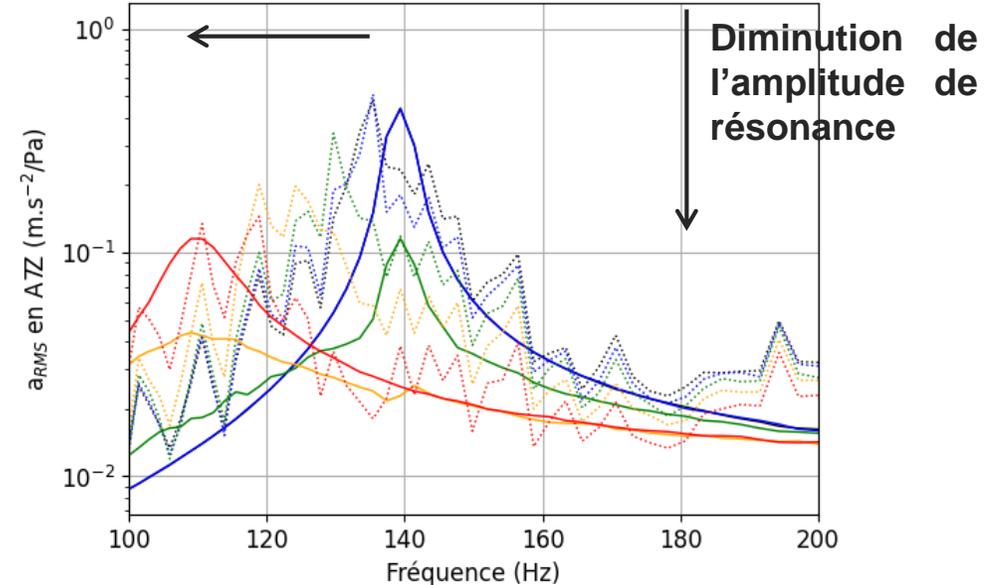
Mode transverse
(≈ 135 Hz)



Mode transverse
(≈ 925 Hz)



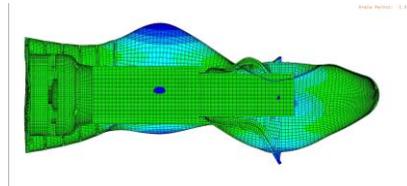
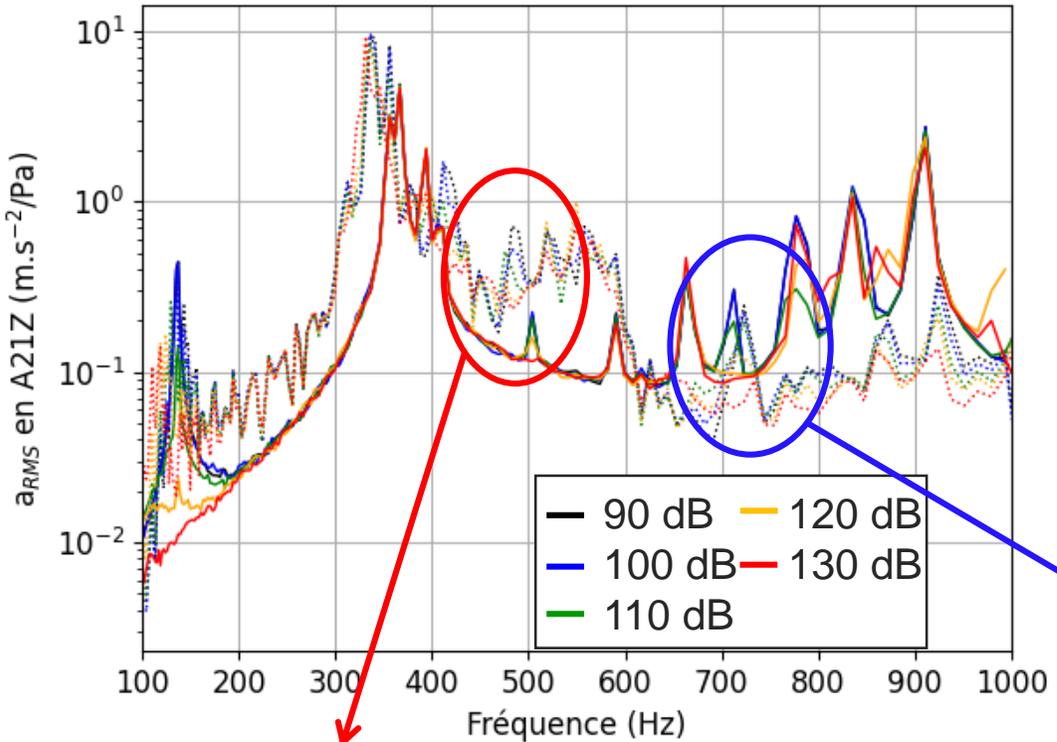
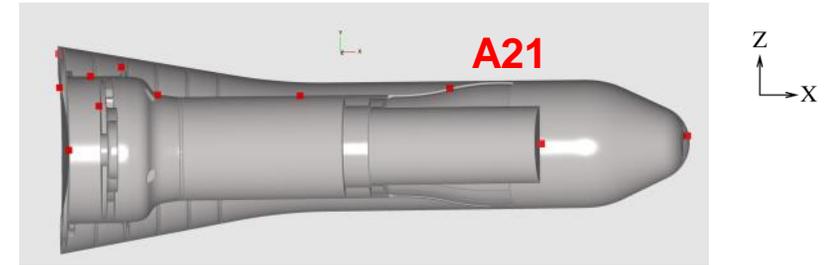
Diminution de la
fréquence de
résonance



Diminution de
l'amplitude de
résonance

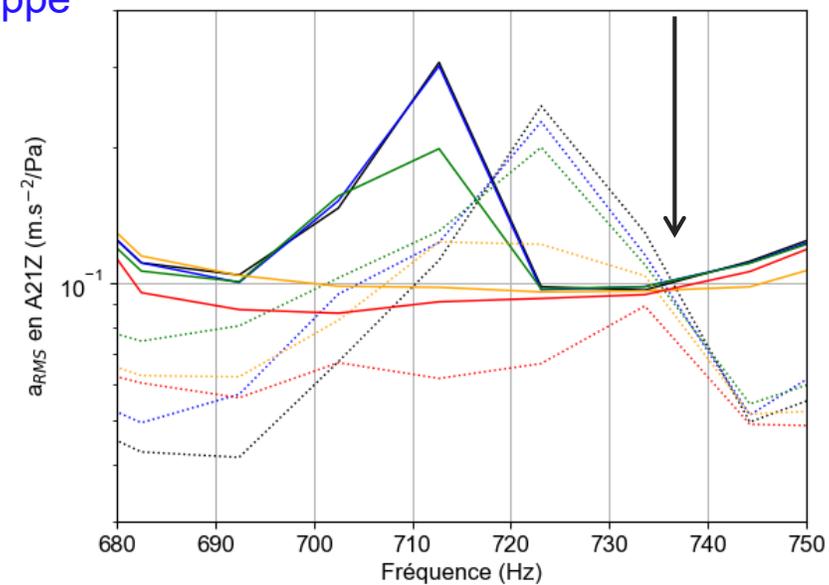
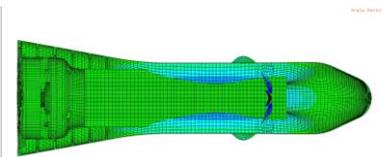
Comparaison essais-calculs

Comparaison essais ⋯ simulations — sur une lame



Mode d'enveloppe
(≈ 735 Hz)

Mode d'enveloppe
(≈ 475 Hz)



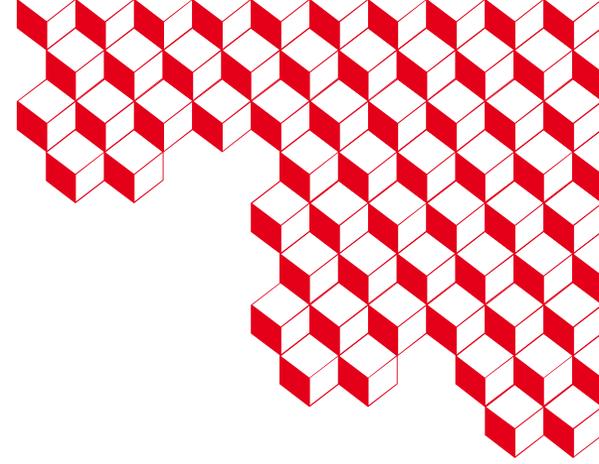
Diminution de l'amplitude de résonance

Bilan travaux effectués et quelques perspectives

- Étude expérimentale sur de la maquette industrielle HB2 :
 - Analyse modale complète par vibrométrie laser à balayage
 - Mise en évidence de la réponse vibratoire non-linéaire à une excitation aléatoire monopoint
 - Caractérisation de la réponse vibratoire non-linéaire à une excitation acoustique
- Étude numérique de la maquette HB2 :
 - Proposition et validation d'une modélisation pour l'excitation aléatoire multipoints
 - Réduction de modèle et adaptation de la technique HBM dans un cadre industriel

Validation d'une démarche scientifique « expérimentation – modélisation – simulation » complète dans un contexte industriel sous excitations réalistes.

- Perspectives industrielle (et/ou CEA) et scientifique :
 - Adaptation de la démarche générale pour les excitations non-stationnaires de type chocs : passage à un schéma d'intégration dynamique temporelle
 - Optimisation de la modélisation originale de l'excitation aléatoire multipoints sur un nombre réduit de points
 - Caractérisation plus précise du frottement du contact considéré avec l'ajout d'un degré de liberté, le changement du modèle employé, le nombre de paramètres à identifier, etc.
 - Équilibre à trouver entre la modélisation physiquement motivée, le coût numérique et le nombre de paramètres à recalculer

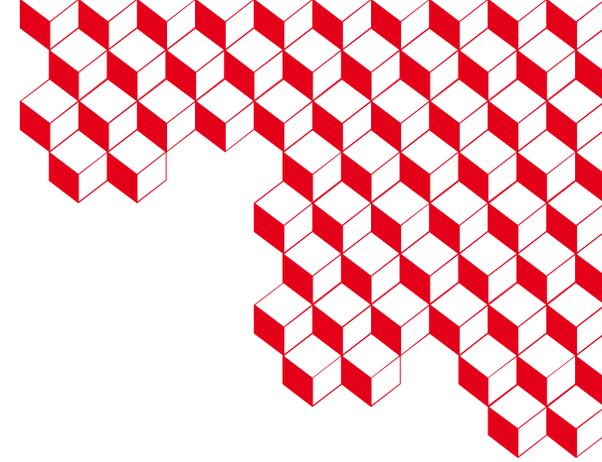


Merci

Sébastien Talik

sebastien.talik@cea.fr

Journées annuelles du Groupement de Recherche EX-MODELI - 9 et 10 novembre 2023



Réponses vibratoires non linéaires d'un assemblage industriel à une excitation aléatoire, multipoints et corrélée : essais, modélisations et simulations

Sébastien Talik

CEA/CESTA (France)

sebastien.talik@cea.fr

Maxence Claeys

CEA/CESTA (France)

maxence.claeys@cea.fr

Jean-Pierre Lambelin

CEA/CESTA (France)

Jean-Jacques Sinou

École Centrale de Lyon (France)

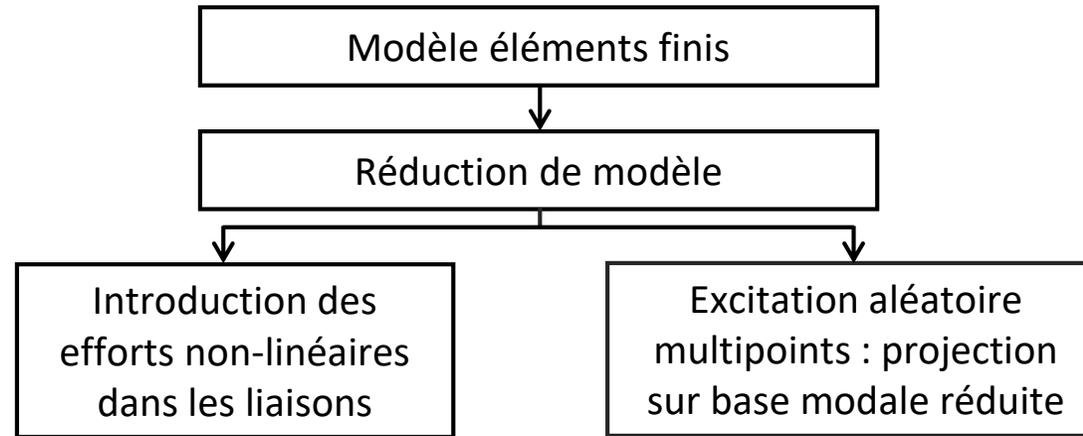


A. Modélisation d'une excitation vibro- acoustique réduite

Stratégie de prédiction pour la maquette HB2



MODÉLISATION



SIMULATION

Excitation aléatoire multipoints

Objectif : modéliser une excitation aléatoire multipoints en considérant la corrélation.

- Signal aléatoire $x(t)$ défini par sa **Densité Spectrale de Puissance (DSP)** $S_{xx}(\omega)$ qui correspond physiquement à la distribution énergétique de ce signal en fonction de la fréquence.
- Multi-excitation aléatoire avec trois excitations $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ définie par sa matrice de densité spectrale :

$$\mathbf{S}(\omega) = \begin{bmatrix} S_{xx}(\omega) & S_{xy}(\omega) & S_{xz}(\omega) \\ \overline{S_{xy}}(\omega) & S_{yy}(\omega) & S_{yz}(\omega) \\ \overline{S_{xz}}(\omega) & \overline{S_{yz}}(\omega) & S_{zz}(\omega) \end{bmatrix} \quad (1)$$

où $S_{xy}(\omega)$ est la DSP croisée entre le signal $x(t)$ et le signal $y(t)$.

- Comment modéliser les différents termes d'excitation à partir de cette matrice ?

Modélisation de l'excitation aléatoire multipoints

Modélisation d'une excitation aléatoire multipoints corrélée (décomposition de Shinozuka)

- Matrice de densité spectrale $\mathcal{S}(\omega)$ par décomposition de Cholesky :

$$\mathcal{S}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{H}^*(\omega)^T \quad (1)$$

$$\mathbf{H}(\omega) = \begin{bmatrix} H_{xx}(\omega) & 0 & 0 \\ H_{yx}(\omega) & H_{yy}(\omega) & 0 \\ H_{zx}(\omega) & H_{zy}(\omega) & H_{zz}(\omega) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Avec les trois excitations aléatoires corrélées $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$:

$$x(t) \propto \Re(H_{xx}(\omega) \exp(j\Phi_x(\omega)) \exp(j\omega t))$$

$$y(t) \propto \Re\left(\left(H_{yx}(\omega) \exp(j\Phi_x(\omega)) + H_{yy}(\omega) \exp(j\Phi_y(\omega))\right) \exp(j\omega t)\right) \quad (3)$$

$$z(t) \propto \Re\left(\left(H_{zx}(\omega) \exp(j\Phi_x(\omega)) + H_{zy}(\omega) \exp(j\Phi_y(\omega)) + H_{zz}(\omega) \exp(j\Phi_z(\omega))\right) \exp(j\omega t)\right)$$

- Objectif : adapter cette modélisation aux 24 000 vecteurs d'excitation corrélés présents sur la maquette HB2.

Modélisation de l'excitation aléatoire multipoints

Comment décrire une excitation aléatoire multipoints sur un modèle réduit ?

- Matrice $\mathcal{S}(\omega) = S(\omega) \mathbf{C}(\omega)$ du modèle complet projetée sur la base de modes $[\mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_{N_m}]$:

$$\mathbf{S}^{proj}(\omega) = S(\omega) \begin{bmatrix} {}^T\mathbf{Y}_1 \mathbf{C}(\omega) \mathbf{Y}_1 & \cdots & {}^T\mathbf{Y}_1 \mathbf{C}(\omega) \mathbf{Y}_{N_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^T\mathbf{Y}_{N_m} \mathbf{C}(\omega) \mathbf{Y}_1 & \cdots & {}^T\mathbf{Y}_{N_m} \mathbf{C}(\omega) \mathbf{Y}_{N_m} \end{bmatrix}_{N_m \times N_m} \quad (1)$$

- Décomposition de Cholesky : $\mathbf{S}^{proj}(\omega) = \mathbf{H}^{proj}(\omega) \mathbf{H}^{proj*}(\omega)^T$ (2)

- Modélisation des efforts modaux aléatoires :

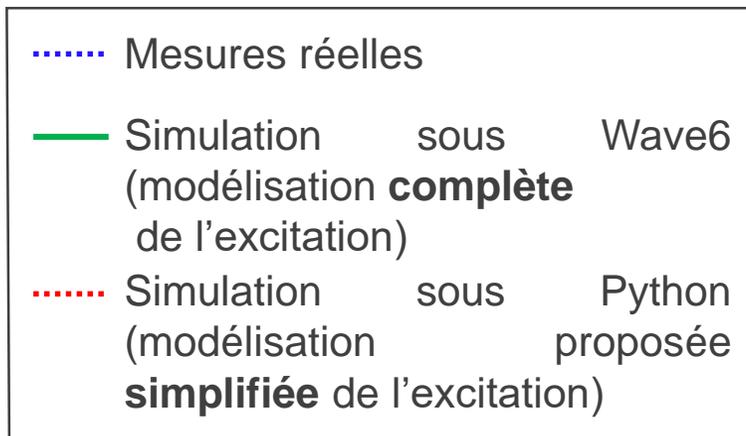
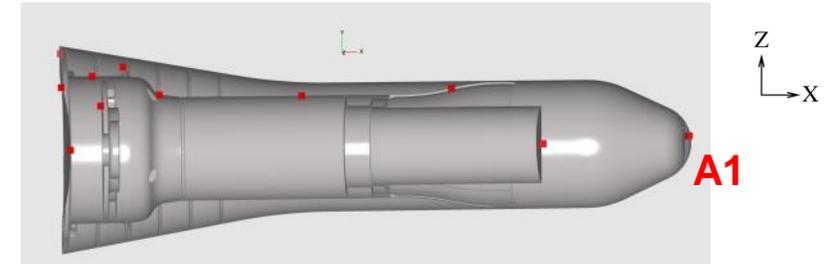
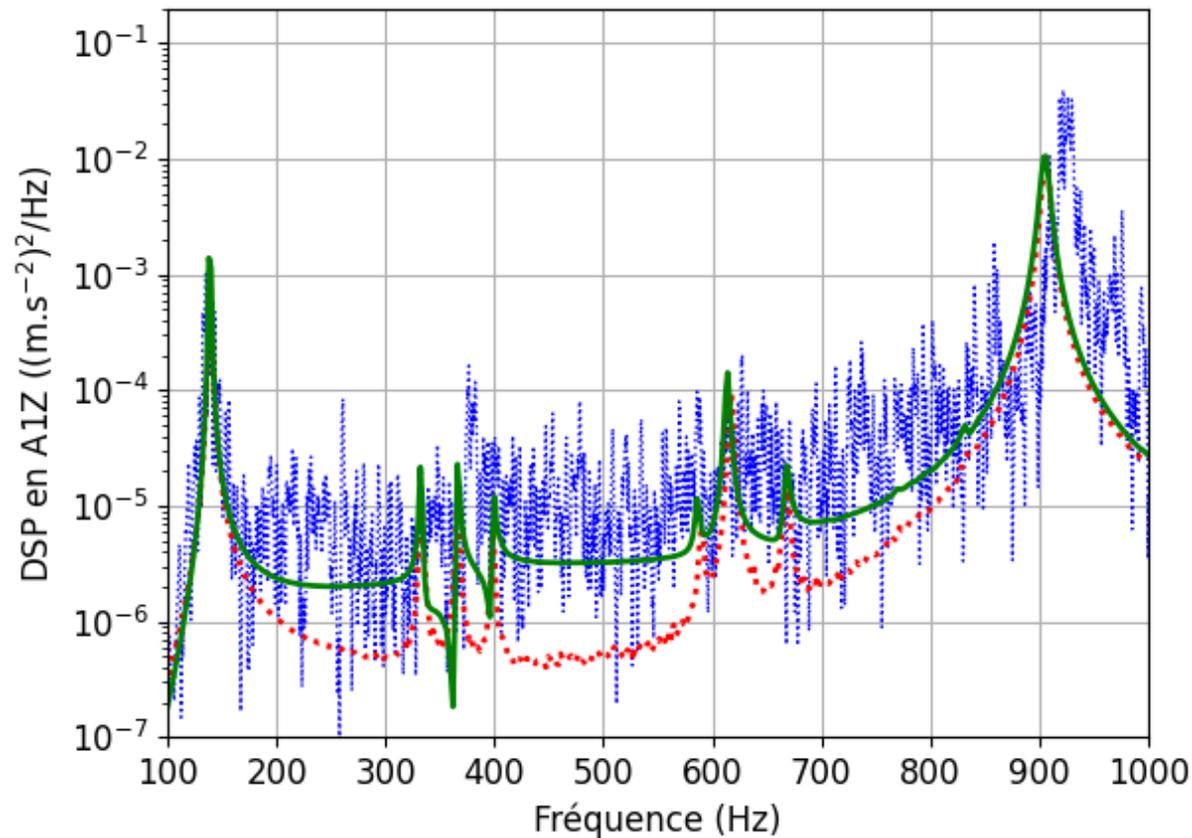
$$x(t) \propto \Re \left(\sqrt{S(\omega)} \sqrt{{}^T\mathbf{Y}_1 \mathbf{C}(\omega) \mathbf{Y}_1} \exp(j\Phi_x(\omega)) \exp(j\omega t) \right) = H^{proj}_{11}(\omega) \quad (3)$$

$$y(t) \propto \Re \left(\left(\sqrt{S(\omega)} \sqrt{\frac{{}^T\mathbf{Y}_2 \mathbf{C}(\omega) \mathbf{Y}_1}{{}^T\mathbf{Y}_1 \mathbf{C}(\omega) \mathbf{Y}_1}} \exp(j\Phi_x(\omega)) + \sqrt{S(\omega)} \sqrt{{}^T\mathbf{Y}_2 \mathbf{C}(\omega) \mathbf{Y}_2 - \frac{|{}^T\mathbf{Y}_2 \mathbf{C}(\omega) \mathbf{Y}_1|^2}{{}^T\mathbf{Y}_1 \mathbf{C}(\omega) \mathbf{Y}_1}} \exp(j\Phi_y(\omega)) \right) \exp(j\omega t) \right)$$

$$= H^{proj}_{21}(\omega) \quad = H^{proj}_{22}(\omega)$$

- Diminution importante du nombre d'aléas à effectuer ($N_m = 56 \ll N_{ddls, \text{ surface mouillée}} = 142\,074$).

Validation à bas niveau acoustique



- Validation de la modélisation par comparaison avec simulation sous Wave6.
- Résultat satisfaisant aux fréquences de résonance des modes considérés.